

## استخراج الأوتار في الدائرة للبيروني

بمستلم

الأستاذ محمد سعيد المدراس

الأستاذ بكلية الفنون التطبيقية

والأمين العام للجمعية المصرية لتاريخ العلوم

تمهيد

من الأهمية بمكان عظيم أن نكون فكرة واضحة عن ثقافة كل مفكر، قبل أن نتحدث عن فكره وفلسفته وأن نحيط بمصادر علمه وثقافته لنقف على مدى استيعابه لتراث أسلافه ومعاصريه ، ولنقف على مدى تجديده لهذا التراث وإضافته إليه ، ولا أحسب أن البيروني العظيم ، مهما بلغت عظيمته نمنعنا من البحث في مصادر فكره وعلمه ، بل لا أحسب أن البيروني نفسه كان ليرضى منا نحن دارسيه أن نقف عند كتبه وحدها وقتنا أمام فيض إلهي كما يقول أهل التصوف ، فهو بداية نفسه وهو خاتم الرياضيين الفلكيين العرب .

وقبل أن نخوض في تراث البيروني العلمي والرياضي ينبغي لنا أن نزيج الستار عن الدور الكبير الذي أسدته العناية الإلهية للحضارة الإسلامية ، فتجد جورج سارتون أكبر مؤرخ لتاريخ العلم في العصر الحديث يقول في كتابه العظيم « مقدمة لتاريخ العلم » : عندما أمسى الغرب مستعداً استعداداً كافياً للشعور بالحاجة إلى معرفة أعمق ، وعندما أراد آخر الأمر أن يجدد صلاته بالفكر القديم ، التفت أول ما التفت ، لا إلى المصادر الإغريقية ، ولكن إلى المصادر العربية .

أما بريفو "Briffault" في كتابه تكوين الإنسانية فيقول « العلم هو أجل خدمة أسدتها الحضارة العربية إلى العالم الحديث ، فالإغريق قد نظموا ، وعمموا ، ووضعوا النظريات ، ولكن روح البحث ، وتركيم المعرفة اليقينية ، وطرائق العلم الدقيقة ، والملاحظة الدائبة المتطاولة كانت غريبة عن المزاج الإغريقي ، وإنما كان العرب هم أصحاب الفضل في تعريف أوروبا بهذا كله ، وبكلمة ، فان العلم الأوروبي مدين بوجوده للعرب » .

وحين نتذكر كم كان العرب بدائيين في جاهليتهم يصبح مدى التقدم الثقافي والعلمي الذي أحرزوه خلال مائتي سنة انقضت على وفاة الرسول (صلى الله عليه وسلم) ليس غير ، وعمق ذلك التقدم ، يصبح ذلك أمراً مذهلاً حقاً ، ذلك بأن علينا أن نتذكر أيضاً أن النصرانية احتاجت إلى نحو من ألف وخمسمائة عام لكي تنشئ ما يمكن أن يدعى حضارة « مسيحية » .

لقد كان للعلوم الدينية في صدر الإسلام من أصول للفقه ورواية للحديث أثر بالغ في إكساب الحضارة الإسلامية طابعاً جديداً أساسه الرغبة المتقدمة في الحصول على فهم أعمق للعالم كما خلقه الله ، وقبول

للعالم المادى ، لا بوصفه دون العالم الروحى شأنًا ومقامًا ، ولكن بوصفه صنوّاً له فى الصحة والرسوخ ، واقعية قوية تعكس فى صدق وإخلاص طبيعة العربى اللاعطفى ، أضف إلى ذلك أن علم الحديث قد مهد للأسس العلمية أن تبرز ملامحها ، ذلك لأنه يعتمد فيما يعتمد من الأمور على تحرى الدقة المتناهية ، والنزاهة التامة ، والعمق الشديد فى التفكير للوصول إلى جذور الحق والمعرفة ، ففى الإسلام لم يول كل من الدين والعلم ظهره للآخر ويتخذ طريقاً معاكساً كما حدث فى الحضارة المسيحية ، لا ، والواقع أن الأول كان باعثاً من البواعث الرئيسية للثانى ، ويؤيد كلامنا هذا كثرة من الآيات القرآنية والأحاديث النبوية التى تشيد بالعلم وتدفعه دفعاً .

### العوامل الاقتصادية التى ساعدت على ازدهار علوم الحكمة والرياضيات

استتبت الأوضاع للعلوم الدينية ، وتهادنت الفرق الإسلامية المتنازعة من معتزلة وأشاعرة وقدرية وشيعية وخوارج وإباضية ، وكانت الأسباب التى دعت إلى ظهور هذه الفرق محصلة تفاعل العلوم الدخيلة من هيلينستية وهندية وفارسية وبابلية ، رغم أن روح الحضارة الإسلامية لم تستطع استساغة<sup>(١)</sup> التراث اليونانى بادئ ذى بدء ، ذلك لأن الروح الاغريقية تمتاز بالذاتية ، أى بشعور الذات الفردية بكيانها واستقلالها عن غيرها من الذوات ، وبأبها فى وضع أفقى بازاء هذه الذوات الأخرى ، حتى ولو كانت هذه الذوات آلهة .

بينما الروح الإسلامية تنفى الذات فى كل ؛ ليست الذوات المختلفة أجزاء تكونه ، بل هو كل يعلو على الذوات كلها ، وليست هذه الذوات إلا من آثاره ومن خلقه ، يسيرها كما يشاء ويفعل بها ما يريد .

(١) التراث اليونانى فى الحضارة الإسلامية : عبدالرحمن بدوى

والروح اليونانية فى نظرتها إلى المكان تختلف عن الروح الإسلامية أشد الاختلاف ، فالمكان فى نظرها هو الأجسام نفسها ، محددة معينة ، بينما المكان فى نظر الروح الإسلامية خلاء غامض هائل ، ومن هنا نستطيع أن نفهم لماذا كان المسلمون يشعرون بشيء من القلق بازاء الأشكال الهندسية .

كانت علوم الأوائل هذه متنافرة بادئ ذى بدء مع روح الحضارة الإسلامية ، ولكن احتياج هذه الحضارة المنطلقة إلى رياضيات الإغريق والهند لمعرفة أوقات الصلاة وحساب الموارث واتجاهات القبلة وعدد السنين والحساب ، هيأت للعلماء العرب أن يمتصوا العناصر الدخيلة على الروح اليونانية الخالصة ، ونعنى بها تلك العناصر الشرقية التى مزجت بعناصر يونانية وكونت العلوم الهيلينستية ، فكأنها لم تأخذ شيئاً مما يميز الروح اليونانية الحقيقية ويطبعها بطابعها الخاص ، وإنما هى استعادت ما أخذته منها الروح اليونانية ، وفى هذا تعليل واضح للنجاح الهائل الذى لقيته الأفلاطونية المحدثة فى العالم الإسلامى ، فأرسطو اليونانى لم تستطع الروح الإسلامية أن تهضمه ، فاستعانت على هضمه بالأفلاطونية المحدثة ، التى هى مزيج ؛ نصيب الروح الشرقية فيه أكبر من نصيب الروح اليونانية .

لقد كانت الدوافع الاقتصادية والرخاء المالى الذى صاحب الإسلام عند بدء الفتوحات ثم فى العصر الأموى ، من أهم الأسباب التى ساعدت على نمو وازدهار العلوم الرياضية بعد ذلك ، ذلك لأن البلاد التى فتحتها المسلمون<sup>(١)</sup> فى كرتهم الأولى السريعة ، إنما كانت البلاد التى تجمع فيها ذهب العالم ، وتشمل البلاد التى كانت خاضعة لآل ساسان وهى إيران وما بين الرافدين ، والبلاد الخاضعة لبزنطة وهى مصر وسوريا

(١) L'or musulman du VIIe au XIe siècle — Annales d'Histoire Economique et Sociale (1947).

٣ - المجتمع الذى يجتاز فترة حرجة فى حياته وهى فترة الانطلاق وابتداء حياة جديدة .

٤ - المجتمع الناضج وهو المجتمع الذى تنتشر فيه أساليب ونظرات جديدة إلى النظم والوسائل الاقتصادية

٥ - المجتمع الذى وصل إلى مرحلة الاستهلاك على نطاق واسع .

فاننا نستطيع أن نقول بانتهاء فترة الانتقال فى بدء العصر العباسى ، ثم ظهور فترة الانطلاق فى الفلك والرياضيات تحت ضغط التحدى الخارجى والشعور بمركب النقص ، فأمر الخليفة المنصور بترجمة « السدهانت » وهى أكبر موسوعة هندية فى الفلك والرياضيات حملها إلى بغداد عالم فلكى هندى يدعى ( كانكا ) وقام بالترجمة يعقوب ابن طارق المتوفى عام ٧٩٦ م ، وإبراهيم الفزارى المتوفى عام ٧٧٧ م .

غير أن العرب لم يستطيعوا استيعاب السندهند هذه لقلة درايتهم فى الرياضيات فأمر جعفر<sup>(١)</sup> البرمكى ، وكانت ثقافته من خراسان وأساسها هيلينى بترجمة كتاب المبادئ لإقليدس ، ثم كتاب المحسطى لبطليموس والكتاب الأخير قام بترجمته الحجاج بن يوسف بن مطر الحاسب حيث انتهى منه عام ٨٢٧ م بعد موت هارون الرشيد .

وقام سعيد الدمشقى عام ٩١٠ بترجمة مؤلفات إقليدس مع تعليقات پابوس ، كما أن هناك ترجمة أخرى لمؤلفات إقليدس قام بها اليهودى سهل بن رابان الطبرى وهو من أهالى مرو التى كانت تعتبر إحدى المراكز الإغريقية فى بلاد فارس ، وقد قام الحجاج بن يوسف بمراجعة ترجمة سهل لمؤلفات إقليدس كما راجعها بعد ذلك حنين<sup>(٢)</sup> بن اسحاق ثم ثابت بن قرة

وكانت أولى نتائج الفتح الإسلامى ، أن هذه الكميات الضخمة من الذهب المكتنز فى القصور الفارسية والأديرة البيزنطية عادت مرة أخرى إلى التداول النقدى ، ودخل الذهب فى التداول من شمال الهند إلى الأندلس ، وغدت الحضارة الإسلامية الزاهية من حضارة مادية وحضارة معنوية على السواء ، وما سعى بالنهضة الإسلامية بفنائها وعلمائها ومفكراتها ومدنها الزاهرة كبغداد والقاهرة وقرطبة ، غدا ذلك كله كأنه محمول على هذا المجرى من الذهب الناتج من استغلال كافة مناجم الذهب القديمة المعروفة فى الشرق الإسلامى ، وورود ذهب السودان وأفريقيا إلى المغرب الإسلامى عن طريق سبلماسة التى أسست باقليم تافيلت جنوب الجزائر عام ٧٥٧ ميلادية ، وأصبح الدينار العملة الرئيسية فى العالم الإسلامى ، وعملة حقيقية تستخدمها التجارة الكبيرة وعملة حسابية لتقدير الضرائب ، ولم يعد الدرهم إلا عملة مساعدة أو أداة الصفقات المحلية الصغيرة .

وبذلك احتل الدينار فى العالم المتحضر وقتئذ المكانة التى كانت تشغلها العملة الذهبية البيزنطية ( النوميسا ) فى القرن السادس ، والعملة الفضية الفارسية ( الدرهم الساسانى ) فى القرن السابع ) ، ولم يقنع الدينار بهذه المكانة ، بل أوغل فى التقدم نحو الجنوب ونحو الشرق ونحو الشمال حتى أواسط أوروبا ، إلى أبعد مما وصلت إليه العملات البيزنطية والفارسية ، وأصبح فى قوته مثل الدولار الأمريكى فى العصر الحاضر .

وإذا استشهدنا بالنظرية الحديثة التى نادى بها الأستاذ « والت ديتان روستو » بجامعة كمبردج فى العام الماضى ، والتى يقسم بها التطورات التى تمر بها الحضارات إلى أقسام خمسة هى :

١ - المجتمع المتمسك بتقاليد معينة .

٢ - المجتمع الذى يمر بفترة انتقال يتم خلالها وضع الأسس التى سينبنى عليها تغيير ذلك المجتمع .

(١) O'Leary, Delacy : How Greek Science passed to the Arabs.

(٢) جورج سارتون : مقدمة لتاريخ العالم .

في أحد كتب ابن الهيثم الطبيعية الخوف في نفس أحد المتعصبين<sup>(١)</sup>.

ويرى الإمام الغزالي في كتابه المنقذ من الضلال «أن العلوم الرياضية ، وهي مفيدة في ذاتها لا يتعلق شيء منها بالأمور الدينية نفيًا وإثباتًا ، بل هي أمور برهانية لا سبيل إلى مجادتها ، وعلى الرغم من هذا كله فقد نجمت عنها أفتان ، وذلك لأن من ينظر فيها يتعجب من دقائقها ومن ظهور براهينها ، فيحسن بسبب ذلك اعتقاده في الفلاسفة فيحسب أن جميع علومهم في الوضوح وفي وثاقة البرهان كهذا العلم (الرياضي) ، ثم يكون قد سمع من كفرهم وتعطيلهم وتهاونهم بالشرع ما تداولته الألسنة ، فيكفر بالتقليد المحض ، ويقول : لو كان الدين حقًا لما اختفى على هؤلاء مع تدقيقهم في هذا العلم «وعبثًا يقال له إن الفلسفة والدين ميدانان من ميادين المعرفة مختلفان ، وإن المرء يمكن أن يكون حاذقًا في أحدهما دون أن يكون حاذقًا في الآخر ، هذا إلى أن طريقة التدليل عند صاحب الرياضيات غيرها عند صاحب الإلهيات ، فالأول طريقته برهانية ، أما الثاني فطريقته تخمينية ، ويعرف ذلك من جرب كلام الأوائل في الرياضيات والإلهيات وخاض فيه .

فاذا قيل هذا للذي وثق بالفلاسفة ثقة عمياء ، لم يقع منه موقع القبول ، بل تحمله غلبة الهوى ، وشهوة البطالة ، وحب التكايس على أن يصير على تحسين الظن بهم في العلوم كلها ، فهذه آفة عظيمة لأجلها يجب زجر كل من يخوض في تلك العلوم ، فانها وإن لم تتعلق بأمر الدين ، ولكن لما كانت من مبادئ علومهم ، يسرى إليه شرهم وشؤمهم فقل من يخوض فيه (أي العلم الرياضي) إلا وينخلع من الدين ، وينحل عن رأسه لجام التقوى .

(١) القفطى .

ثم محمد بن جابر بن سنان البتاني عام ٩٢٩ م ، أما الترجمة الأصلية التي قام بها الحجاج لإقليدس فقد قام بمراجعتها قوسطا بن لوقا البعلبكي عام ٩١٢ - ٩١٣ م

## تأخر نمو العلوم الرياضية في بغداد بعد المأمون<sup>(١)</sup>

على الرغم مما لقيته العلوم الرياضية من عناية كبيرة منذ القرن الثاني للهجرة في البيئات الدينية الإسلامية ، عناية حث عليها الخلفاء العباسيون وشمّلوها برعايتهم فقد ظلت طائفة من أهل السنة تنظر في شيء من الشك وعدم الثقة والاطمئنان إلى هؤلاء الذين قيل في أحدهم : فارقت علم الشافعى ومالك

وشرعت في الإسلام رأى دقلس<sup>(٢)</sup>

غير أن علم الحساب ثم يذمه من الجمهور إلا القليل ، لأن الاشتغال به كان من مستلزمات علم الفرائض ، فالشريعة إذن تقضى بتعلمه ، والحسابات المعقدة التي يفترضها ممارسة هذا الفرع من فروع التشريع ، تجعل الحساب علماً مساعداً للخبراء في التوريث لا يمكن لهم أن يستغنوا عنه ، ولهذا فإن المعتاد أن يوصف الواحد منهم بوصف «الفرضي الحاسب» أى العالم بأحوال التوريث والعالم بالحساب في آن واحد .

وعلى العكس من ذلك كانت الهندسة على وجه التخصيص من بين العلوم الرياضية مبعثاً لبلبله خواطر أهل السنة ، باعتبارها فرعاً مميزاً يحمل طابع علوم الأوائل فهذه الأشكال الدائرية المعروفة باسم «دوائر العروض» المستخدمة في شرح علم العروض ، نراها قد بدت لسذج الإيمان في زمان أبي نواس كأنها زندقة ، وحكم بالحاد واحد كان لديه كتاب فيه رسومات<sup>(٣)</sup> عروضية وفي العصور المتأخرة أثارت الأشكال الهندسية الموجودة

(١) جولد تسيهر «موقف أهل السنة بازاء علوم الأوائل» .

(٢) يعنى امباذوقلس كما شرحها المستشرق مرجليوت .

(٣) الأغاني ج ١٧ ص ١٨ س ٩ من أسفل .

## ازدهار العلوم الرياضية في المناطق البعيدة عن بغداد

طريق اعطائه الأعداد ( وكانت وسيلته إلى ذلك هي علم  
المثلثات ولنا عودة إليه ) عناصر وظيفية بالإضافة إلى  
منفعتها الأساسية كمجرد كميات ، وهذه العناصر  
الوظيفية تستلزم من غير ريب حركة ديناميكية ،  
وتستلزم ، بهذا الوصف ، زماناً .

ولقد شهد النصف الثاني من القرن العاشر الميلادي  
بزوغ الأيدولوجية العربية في الرياضيات ، بعد أن  
كان هذا العلم قاصراً على مجرد النقل والترجمة ، واستمر  
دفاعاً منقطع النظر حتى مستهل النصف الثاني من القرن  
الحادي عشر الذي سماه العلامة سارتون<sup>(١)</sup> بعصر  
البيروني ، لما امتاز به هذا العالم الإسلامي من إنتاج  
ضخم خلاق يسير على نهج التفكير العلمي الحديث ،  
وكانت أوروبا في هذا الوقت تغط غطيظاً في جهلها ،  
وبلاد الأندلس ما زالت في المهدي تجو ، بينما الشرق  
كان يتوهج بشعلة من الفلسفة والعلوم الرياضية يغذيها  
عائلة من العلماء العرب أمثال :

١ - ابن يونس الرياضي الفلكي المصري الذي  
عاصر الخليفة الفاطمي العزيز بالله ، ثم توفي عام  
١٠٠٩ م ، وكان يعمل مديراً لدار الحكمة التي أنشأها  
الفاطيون بين عام ١٠٠٥ - ١١٧١ لكي تنافس الدار  
التي أنشأها الخليفة المأمون العباسي في بغداد قبل ذلك  
بقرنين من الزمان ، وكان يستخدم المعادلة الرياضية  
الآتية في حساباته الفلكية نظراً لأن اللوغاريتمات لم تكن  
قد نضجت بعد ، وهذه المعادلة هي :

$$\text{جتا } \alpha \text{ جتا } \beta = \frac{1}{2} [\text{جتا } (\alpha - \beta) + \text{جتا } (\alpha + \beta)]$$

٢ - الحسن بن الهيثم ( ٩٩٨ - ١٠٦٧ ) أكبر  
عالم في الفيزياء وخصوصاً علم المناظر ( الضوء ) وكان  
أول من اكتشف قوانين الانعكاس ثم القانون الأول  
للانكسار ، وقد مهدت بحوثه لديكارت ونيوتن  
للكشف عن القانون الثاني للانكسار متتبعين نفس

( ١ ) مقدمة لتاريخ العالم : جورج سارتون .

لما ضعفت الخلافة العباسية في بغداد التي كانت  
معقل النفوذ لأهل السنة ، ضعفت أيضاً خطوط القوى  
المنبعثة من هذا المركز كلما بعدت المسافة بينها وبين  
بغداد ، لذلك وجدت العلوم الرياضية منبثاً خصباً في  
خراسان وخوارزم حيث الدولة الخوارزمية ثم الدولة  
الغزنوية ثم السلجوقية ، وكذلك في مصر حيث الدولة  
الفاطمية ، وقد ساعدت على ذلك العوامل التالية :

١ - انتشار مذهب الشيعة في عهد الدولة الفاطمية  
وفي أطراف إيران وهذا المذهب يتنافر مع مذهب  
السنة .

٢ - ظهور دويلات حربية يقودها عسكريون  
أميون من أصل تركي قبل في الأطراف الشمالية الشرقية  
من فارس ، وألزم ما يلزم لهؤلاء الأمراء علماء في  
الفلك والرياضيات والتنجيم وحكاماء في الطب يستعينون  
بهم في فتوحاتهم ( وقد حدث مثل هذا في حملة  
الماريشال مونجمرى في العلمين أثناء الحرب العالمية  
الثانية حيث استعان بأكبر علماء الرياضة الإنجليز للقيام  
بحساب خطوات الاحتمال وما شابه ذلك ) .

٣ - الشعوبية وكانت حركة هادفة إلى إحياء  
التراث الفارسي واللغة الفارسية ، ومن أنصارها كان  
ابن المقفع ولم يكن على وفاق مع الحاكم العربي لشعوره  
بالأرستقراطية الفارسية العريقة في الحضارة ، وقلة شأن  
هؤلاء الحكام العرب الحديثي النعمة والحضارة .

كان لهذه الأسباب مجتمعة أبلغ الأثر في اظهار  
أعظم شخصية رياضية برزت على مسرح الحضارة  
الإسلامية ، ألا وهو البيروني ( ٩٧٣ - ١٠٤٨ ) : كان  
له الفضل الأكبر في تغيير المفهوم الإغريقي الأستاتيكي  
للكون إلى المفهوم الإسلامي الديناميكي للكون ، وعبر  
عن الاعتقاد بكون « صيروري » حتى بلغة رياضية عن

المنهاج الذى سار عليه ابن الهيثم ، وقد قام الأستاذ الكبير مصطفى نظيف بتحقيق مخطوطاته وبحوثه فى علم المناظر .

٣ - الشيخ الرئيس ابن سينا ( ٩٨٠ - ١٠٣٧ ) وهو غنى عن التعريف .

٤ - على بن عيسى الكارخى العالم العربى الرياضى الذى عاش فى بغداد فى عهد الخليفة أبو غالب محمد بن خلف فخر الملك وقد توفى عام ١٠٢٩ ميلادية .

٥ - أبو الريحان محمد بن أحمد البيرونى ( ٩٧٣ - ١٠٤٨ ) وهو موضوع بحثنا .

### ترجمة حياة البيرونى

ولد أبو الريحان فى اليوم الثانى من شهر ذى الحجة عام ٣٦٢ هـ الموافق ٤ سبتمبر سنة ٩٧٣ م فى قرية من ضواحي مدينة « كات » عاصمة دولة خوارزم من عائلة مغمورة ، ويقول هو عن نفسه « أنا بالحقيقة لا أعرف نسبى ولا أعرف من كان جدى » (١) .

وقد ذكر ابن أبى أصيبعة (٢) أنه منسوب إلى بيرون فى السند وكان مشغلا بالعلوم والحكمة فاضلا فى علم الهيئة والنجوم ، وله نظر جيد فى صناعة الطب ، وكان معاصراً للشيخ الرئيس وبينهما مباحثات ومراسلات .

ويقول السمعانى فى الأنساب : البيرونى بكسر الباء الموحدة وسكون الباء آخر الحروف : ( بى رون ) وضم الراء وبعدها الواو وفى آخرها النون : هذه النسبة إلى خارج خوارزم وتعنى بالفارسية خارج المدينة ، فان بها من يكون خارج البلد ولا يكون من نفسها (٣) فيقال له فلان بيرونى يقال فلان بيرونى إست ،

(١) ياقوت الحموى . كتاب الإرشاد لمحمد السادس ص ٣٠٣ .

(٢) عيون الأنباء .

(٣) كان التجار يعيشون خارج أسوار البلدة للتخلص من مكوس دخول البضائع إلى الداخل .

والمشهور بهذه النسبة أبو الريحان المنجم البيرونى (١) . درس فى شبابه العلوم المختلفة ، واللغات العديدة ، فكان يعرف اللغة الخوارزمية والفارسية والعربية والسنسكريتية والسريانية واليونانية ، وأول أستاذ تتلمذ عليه كان يونانياً غير معروف اسمه ، وكان البيرونى : يجمع له الكثير من النباتات وبذورها ويسأله مستقصياً باحثاً فيسجلها له أستاذه اليونانى شارحاً فوائدها .

وعندما وصل عمره إلى العشرين ، سافر أبو الريحان إلى منطقة جورجيان فى الجنوب الشرقى لبحر قزوين ، وهناك تتلمذ على أكبر أستاذ له ، بل أهم أستاذ قابله فى حياته وهو عالم وطبيب وفلكى ورياضى معروف واسمه أبو سهل عيسى المسيحى ، وفى جورجيان ألف أبو الريحان أول مؤلفاته وهو كتاب « الآثار » (٢) الباقية من القرون الخالية .

وفى عام ١٠١٠ م رجع إلى وطنه خوارزم وانتقل إلى مدينة جورجانية التى أصبحت العاصمة الجديدة للدولة الخوارزمية واشتغل أستاذاً فى مجمع العلوم الذى أسسه أمير خوارزم مأمون بن مأمون ، وكان يزامله فى نفس المجمع الشيخ الرئيس ابن سينا والمؤرخ العربى الكبير ابن مسكويه

وفى عام ٤٠٧ هـ غزا السلطان محمود الغزنوى الدولة الخوارزمية واحتلها ثم أخذ البيرونى أسيراً فى عاصمته مدينة غزنه (بافغانستان) ، وقد لقي عنتا فى سجنه إذ حددت لإقامته وقيدت حريته ، واستمر ذلك حتى مات محمود الغزنوى وخلفه ابنه مسعود الغزنوى فقرب أبا الريحان له للاستفادة بعلمه وأخذه معه إلى الهند فى غزواته ، ولكنه لم يهتم بهذه الغزوات قدر اهتمامه بدرس واستقصاء وبحث أحوال وعلوم الهند

(١) نزهة الخواطر وبهجة المسامع والنواظر : للعلامة فخرالدين الحسينى المتوفى سنة ١٣٤١ هـ مدير ندوة العلماء بلكهنو « الهند » .

(٢) قام بتحقيق هذا المخطوط المستشرق السوفيتى ميكائيل رسلية المتوفى عام ١٩٦١ م .

فأخرج كتابه الضخم «تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مردولة» عام ١٠٣٠ م .

ويقول الدكتور ادوارد سخاو<sup>(١)</sup> المستشرق الألماني والأستاذ بجامعة برلين الذي حقق هذا المخطوط عام ١٨٨٧ م أن البيروني يعتبر أكبر ظاهرة في تاريخ العلم في الحضارة الإسلامية . لأنه تعلم اللغة السنسكريتية وأتقنها بقصد الدراسة والتعمق ، وكان العلماء الإسلاميون يتعلمون العربية والفارسية إذا كانوا من أصل تركي ، فابن سينا شرح علوم الإغريق ولم يتعلم لغتهم بل اعتمد على الكتب المترجمة .

أضف إلى ذلك أن هيرودوت اليوناني الذي أرخ للحضارة البابلية والفرعونية ، وهون تسانج "Hwen-Thsang" المؤرخ الصيني الذي ساه في الهند قبل البيروني بأربعمئة عام ، تعتبر مؤلفاتهما كما يقول سخاو مثل مؤلفات الأطفال إذا قورنت بدراسات البيروني لأنهما اعتمدا على تسجيل معلومات الجهلاء كما يفعل السائحون ، أما البيروني فقد أتقن لغة الهند وقابل الفلاسفة والعلماء والرياضيين وتجاوب معهم .

ولما عاد البيروني من الهند استقر في البلاط الغزنوي ، وأهدى إلى السلطان مسعود رسالته في علم الفلك والرياضيات وهو «القانون المسعودي»<sup>(٢)</sup> في الهيئة والنجوم وفي نفس السنة التي أخرج فيها هذه الرسالة الضخمة كتب رسالة أخرى في الهندسة والحساب والتنجيم عنوانها «التفهيم لأوائل صناعة التنجيم» .

ويعتبر كتابه القانون المسعودي أكبر موسوعة في الفلك والهندسة والجغرافيا ، يروى أنه لما أتم تأليفه حملة إلى السلطان مسعود بن سبكتكين صاحب غزنة فأراد أن يجزيه على هذا العمل العظيم بعض ما يستحقه ، فوجه إليه ثلاثة جمال تنوء بأحمالها من نقود الفضة ،

(١) Alberuni's India, by Sachau

(٢) يقوم الدكتور امام إبراهيم أحمد الأستاذ بقسم الفلك

بجامعة القاهرة بتحقيقه .

فردھا أبو الريحان إليه قائلا « أنه يخدم العلم للعلم لا للمال »<sup>(١)</sup> .

أما كتابه الكبير الثاني «تحديد نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن» فقد قام بتحقيقه حديثاً المستشرق السوفيتي الدكتور بولجاكوف بمساعدة الدكتور إمام إبراهيم أحمد في بعض النقاط الخاصة بعلم الفلك . أما كتابه «الجمهر في معرفة الجواهر» فقد قام بتحقيقه المستشرق السوفيتي كرمكوف ، وأما مؤلفاته في علوم الصيدلة والطب وهي التي لم تكن قد نشرت بعد فيقوم بتحقيقها المستشرق السوفيتي والكيائي عبيدالله كاريكوف من كلية البيروني بطشقند .

وأبو الريحان في الفلك فلكي ممتاز بشهادة علماء الفلك من الفرنجة والعرب ، وهو في الجيولوجيا جيولوجي ممتاز بشهادة الجيولوجيين المعاصرين ، وهو في التاريخ مؤرخ محقق ومدقق واسع الاطلاع ، شامل المعرفة ، قادر على الاستقراء والاستنتاج ، وبما أوتي من قدرة فائقة على البحث والدرس .

وهو في الرياضيات عالم ضخم اقتبس منه نيوتن وجريجوري كثيراً من القوانين الرياضية كما سنوضح ذلك فيما بعد ، وهو في الجغرافيا يعتبر أباً للجغرافية البشرية<sup>(٢)</sup> .

وقد خلف البيروني أكثر من ١٨٠ كتاباً<sup>(٣)</sup> ضاع الكثير منها والباقي موزع في مكتبات العالم ، وأشهر مؤلفاته الرياضية التي نحن بصدددها هي :

١ - كتاب في أفراد المقال في أمر الظلال .

٢ - تذكرة في الحساب والعد بأرقام السند والهند .

(١) دائرة المعارف الإسلامية : العدد السادس من المجلد الرابع

ص ٤٠٣ .

(٢) كتاب «علم الجغرافيا عند العرب تأليف المستشرق السوفيتي

العلامة «كراتشكوفسكي المتوفى سنة ١٩٥١ م .

(٣) Institut Dominicain d'Etudes Orientales, Mélanges. 1955, par D.J. Boilot, O.P.

العلوم سواء كانت حساباً أم هندسة أم حساب مثلثات  
نتيجة مجهودات بحوث البيروني :

### التراث الإغريقي في رياضيات البيروني

لقد سلك البيروني بالفعل في التوصل إلى آرائه  
وإقرارها طريق الدرس والبحث والاستقصاء ، فاعتمد  
على قدر ما كان يتاح الاعتماد في عصره على تعرف  
العلوم الرياضية من العلماء الذين سبقوه أو من الذين  
عاصروه ، فسلكت بذلك مسلك المنحى الحسى وليس  
المنحى الإشرافى الذى كان سائداً عند أهل التصوف  
في عصره ، والذين كانوا يسلكون إلى المعرفة طريق  
الرياضة والمجاهدة ، ويذهبون إلى أن المعرفة تستفاد  
ولا تكتسب لا بفعل من العقل ، بل بالرياضة النفس  
بالزهد عن متاع الحياة والانصراف عن شواغل الحس  
والانقطاع إلى التأمل الباطنى ، حتى يصل طالب  
المعرفة إلى حال يذهل فيها عن الوجود الخارجى ويغيب  
فيها عن نفسه ، فتشرق عليه المعرفة بفيض إلهى .

لقد اعتمد البيروني في دراساته<sup>(١)</sup> على البحوث  
الرياضية الآتية التى كانت امتداداً لتراث إقليدس  
وأبولونيوس وأرشميدس وهيرون مع ما استجد عليها  
من بحوث أخرى :

١- مساحة المجسم المكافئ للشيخ « أبو سهل  
ويجن بن رستم القوهى » ( ٣٨٠ هـ ) .

٢- كيفية تسطيح الكرة على شكل الأسطرلاب  
للعلامة أحمد بن محمد بن الحسين الصفائى المتوفى  
( ٣٨٠ هـ ) .

٣- رسالة في أن الأشكال كلها من الدائرة  
للعلامة نصر بن عبدالله المتوفى ( ٤٠٠ هـ ) .

٤- رسالة في المقادير المشتركة والمتباينة لابن  
البغدادى .

(١) دائرة المعارف العثمانية بجيدر أباد الدكن .

٣- في استخراج الكتاب وأضلاع ما وراءه من  
مراتب الحساب .

٤- كيفية رسوم الهند في تعلم الحساب .

٥- في أن رأى العرب في مراتب العدد أصوب  
من رأى الهند فيها .

٦- في راشيكات الهند .

٧- ترجمة ما في براهم سدهاند من طرق  
الحساب .

٨- في تسطيح الصور وتبطيح الكور .

٩- مقالة في استخراج الأوتار في الدائرة بخواص  
الخط المنحنى فيها .

١٠- المقالة الثالثة من القانون المسعودى .

١١- مقالة في أن لوازم المقادير لا إلى نهاية قريبة  
من أمر الخطين اللذين يقربان ولا يلتقيان في الاستبعاد .

١٢- جمع الطرق السائرة في معرفة أوتار الدائرة

١٣- رسالة في جدول الدقائق .

١٤- رسالة في حل شبهة عرضت في الثالثة عشرة  
من كتاب الأصول .

١٥- كتاب في مبادئ الهندسة .

١٦- استيعاب في تسطيح الكرة .

١٧- كتاب تسطيح الكرة .

١٨- رياضة الفكر والعقل .

١٩- ترجمة كتاب في أصول الهندسة لإقليدس  
إلى لغة الهند .

٢٠- رسالة أنى نصر في جواب مسائل الهندسة .

٢١- رسالة في الأبعاد والأجرام وتحتوى على  
أحد عشر باباً منها مساحة الأرض وبعد القمر من  
الأرض ومقدار جرم القمر من جرم الأرض . الخ .

والذى يهمننا دراسته هو تركيز البحث فيما سجله  
البيروني من علوم رياضية استقاها من التراث الإغريقى  
ومن التراث الهندى ، ثم استنتاج ما استجد على هذه



٥ - كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمي (٨٣٠ م) .

٦ - رسالة في شكل القطاع للعلامة أحمد بن محمد ابن عبد الجليل السجزي المتوفى (٤١٥ هـ) .

٧ - رسالة أبو الوفاء محمد بن محمد البوزجاني في إقامة البرهان على الدائرة .

ولقد تتلمذ على أبي الوفاء البوزجاني الرياضي الفلكي الشهير العالم أبو نصر منصور بن علي بن عراق الجيلي مولى أمير المؤمنين القادر بالله الذي كانت خلافته (٣٨١ - ٤٢٢ هـ) .

وعن أبي نصر تتلمذ البيروني ، وكانت لأبي نصر المنصور عناية وعطف زائد على تلميذه البيروني ، فكلمًا تشاكل الأمر عليه في مسائل شتى كان يعرضه عليه ، وهو يهديه إليها بغاية الشفقة والحنان ومنه يظهر تبحر أبي نصر وشغفه بهذه العلوم .

وهذه عبارة أبي نصر في رسالته للبيروني في جواب مسائل الهندسة « وصلت المسائل التي قرنتها بكتابك وذكرت أن ثلثاً منها قد تضمنها كتاب أبي سهل الكوهي في البركار التام . . وسألتني عملها بالأصول الهندسية ، والطرق الصناعية وعمل سائر المسائل المقرونة بها - أجبتك إلى ملتصك وإن كانت تلك المسائل متفاوتة المراتب في السهولة والصعوبة » .

وفي صفحة ٢٠ « فهذه أجوبة المسائل التي سألت الإبانة عنها على قرب غورها وسهولة مأخذها » .

وتظهر أمانة البيروني ووفاءه لأستاذه غاية في الوضوح في كتابه الآثار الباقية عن القرون الخالية بهذه الألفاظ .

« واستخراج أستاذي أبي نصر منصور بن علي بن عراق مولى أمير المؤمنين » وفي فهرست مصنفاته يقول : « ومما عمله غيري باسمي فهو بمنزلة الربائب في الجحور والقلائد في النحور لا أميز بينها وبين

الأنهار ، فيما تولاه باسمي أبو نصر منصور بن علي بن عراق مولى أمير المؤمنين أنار الله برهانه » .

وفي مخطوط استخراج الأوتار السابق الإشارة إليه يفترض البيروني ما يأتي :

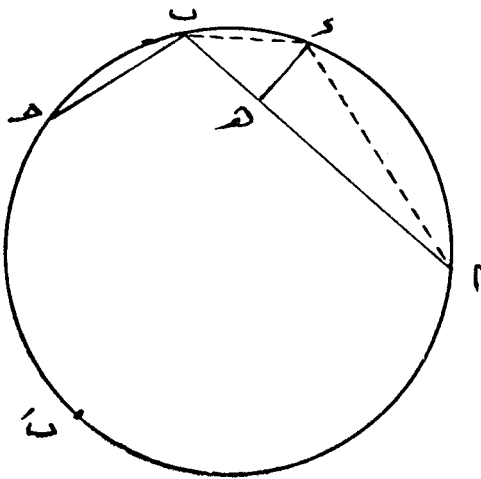
القرص : إذا عطف في قوس ما من دائرة خط مستقيم على غير تساو ، وأنزل عليه من منتصف تلك القوس عمود فانه يتقسم ، بنصفين ، ومعنى ذلك إن خط ا ب المنكسر في قوس ا ح من دائرة قد أنزل عليه من منتصفه د عمود د ه فينتج من ذلك النظريات الآتية

$$١ - ا ه = ه ب + ب ح$$

$$٢ - ا د = د ح + ح ب$$

$$٣ - مساحة المثلث ا ب ح = مساحة المثلث ا د ح - مساحة المثلث ب د ح$$

$$= ه ب \times ه د$$



شكل « ١ »

٤ - وإذا كانت ب أي نقطة أخرى على المحيط فان

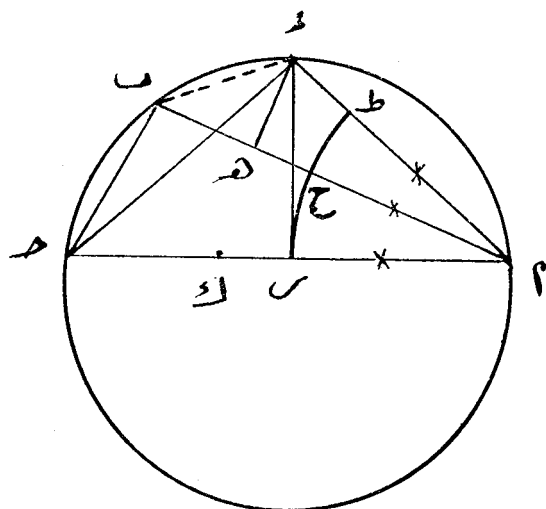
$$ا د = د ح + ح ب$$

وتظهر براعة البيروني في استنتاج مساحة المثلث بدلالة أضلاعه واضعاً نصب عينيه النتائج التي حصل عليها أرشميدس وهرون بطرق أخرى<sup>(١)</sup> .

١ من أراد المزيد يستطيع الإطلاع على بحوث الكاتب في رسالة العلم « أكتوبر - نوفمبر - ديسمبر سنة ٩٦١ » .

نفرض الخط المنكسر  $AB$  ح داخل قوس الدائرة  $A$  و  $B$  ح ، نقطة  $و$  هي منتصف هذا القوس فعلى ذلك نجد أن الخط  $AB = و$  ح شكل (٢) ثم نصل  $و$  ب وننزل العمود  $د ه$  والعمود  $د م$  ونرسم القوس  $م ح$  ط على المركز  $أ$  .

ثم نجعل  $r = 5$



شكل ( ٢ )

الرهان : المثلث د م ا يشابه المثلث د ه ب

$$\frac{\frac{2}{5}}{1.15} = \frac{2}{1.15 \times 5} = \frac{2}{5.75} \therefore$$

$$\frac{\frac{2}{5}}{1.5} = \frac{1.5}{\frac{2}{1.5}} =$$

$$(1) \dots\dots\dots \frac{15.5}{2} =$$

ولكن  $\frac{2}{s} + \frac{2}{s+1} = \frac{2}{s+1}$

$$= \frac{2}{r_1} + \frac{2}{r_2} \text{ لأن } d$$

عمود ، دس عمود أيضاً .

$$\sqrt{5} + \sqrt{1} = \sqrt{25} + 2 \cdot 21 + \sqrt{2} + \sqrt{1} \therefore$$

$$2.21 + \frac{1}{22} = \frac{1}{25} - \frac{1}{27} \therefore$$

$$(212 + 52) \times 2 =$$

$$= \text{ح}(\text{ه} + 1) \dots (1 + \text{ح}) \dots (2)$$

وكذلك  $\frac{2}{1} - \frac{2}{2}$

$$(m+1)(m-1) =$$

$$(1 \times 1 =$$

$$(3) \quad (x - 2)(y - 2) =$$

لأن  $ح ك = م ح - م ك = \frac{1}{2} - ح ه$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1-1}{2} \quad \text{ولأن } 1 \text{ هـ}$$

$$= \frac{a+b}{2} \text{ هب + ب ه ، و مساوی أيضا}$$

$$(u_1 - 2) = u_1 - \frac{-1 + -1 + -1}{3} = 2 \therefore$$

حيث  $c =$  نصف محيط المثلث  $abc$  . وبالمثل

$$\cdot (70 - 2) = 12$$

مساحة  $\Delta$  ١٥ -  $\Delta$  ١٦

$\omega \times \omega$  ب نظرية (٣) السابقة

(٤)  $\therefore \Delta \text{ ا ح ب } = \Delta \text{ ه و } .$

(5)  $\therefore \text{م.م.} - \text{م.ه.} = \text{م.ا} \wedge \text{ح.ب.} \dots (5)$

$$516 \frac{-1 + -1}{2} = 516$$

$$51 - 15 = 256 \frac{1}{2} =$$

$$(6) (x-2) = \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{2} = 1 \text{ أي أن } x = 3$$

$$(V) \quad z = \frac{21}{2} + \frac{21 + 22}{2} = 51.56$$

∴ من (٢)  $\frac{2}{\phi s} - \frac{2}{rs}$

$$(\wedge) \dots\dots\dots (x1 - z) z =$$

ولكن من (۱)  $\frac{2}{\sqrt{s}} - \frac{2}{\sqrt{s}}$

$$[ \text{م. ا. م} - \text{و. ه. ب} ] \times \frac{\text{ه. م}}{\text{و. م}} =$$

$$(5) \quad \Delta \times \frac{1}{\Delta} = 1$$

$$\frac{1}{25} \times (25 - 25) = 0 \triangle \therefore$$

$$\frac{1}{2} \times (21 - 2) 2 =$$

6 من (1)  $\Delta$  1 ح

$$\begin{aligned} & \frac{2\overline{a} - \overline{a}'}{2\overline{a} - \overline{a}'} \times (a-1) = \\ & \frac{(a-1)(a-1)}{2\overline{a} - \overline{a}'} \times (a-1) = \\ & \therefore (a-1) \Delta = \\ & (a-1)(a-1)(a-1) = \\ & \therefore \Delta = \\ & \sqrt{(a-1)(a-1)(a-1)} = \\ & \text{وهو المطلوب.} \end{aligned}$$

وفي الواقع أن مقدمة كتاب<sup>(١)</sup> استخراج الأوتار في الدائرة تعتبر من جوامع الكلم ، ولا بأس من إبراز هذه المقدمة هكذا : « بسم الله الرحمن الرحيم كتاب أبي الريحان محمد ابن أحمد البيروني في استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني الواقع فيها ، وقفت على ما استعلمتني من السبب الداعي إياي إلى الولوع بتصحيح دعوى لقدماء اليونانيين في انقسام الخط المنحني في كل قوس بالعمود النازل عليه من منتصفها ، والتعبير عن خواصه حتى نستبني لأجله إلى الاشتغال بما يذكره محمد بن زكريا الرازي من فضول الهندسة ، من غير أن يشعر بحقيقة الفضول التي هي الزيادة على الكفاية في كل شيء .

فانه لو شعر بها لوجد نفسه مرتبكة في فضول الوسوسة التي أفسد بها قلباً متجافية عن الديانة أو شرهة بفضول الدنيا إلى العتاد والرياسة وليس مقدار الكفاية من الهندسة ما ظنه الرازي وأشار بفلسفته إليه ثم عادى باقيه ، ولم يزل الناس أعداء ما جهلوا .

قال الله تعالى ( وإذا لم يهتدوا به فسيقولون هذا إفاك قديم ) وأنت فلو تحققت ماهية الهندسة وأنها معرفة نسبة الأجناس الواقعة تحت الكمية بعضها إلى بعض ، وأنها هي التي تتوصل بها لمعرفة مقدار كل ما نحتاج إليه من مزروع ومكيل وموزون ما بين مركز العالم

(١) هذا المخطوط موجود بخدايجسن بته ( حيدرآباد الدكن )

وبين أقصى محسوس عنه ، وعرفت أن بها تعقل الصور مجردة عن المواد ويتصور حقيقة البرهان تصور انطباع حتى لا يذهب على القيم بها ما يذهب على كثير من المحصلين في المنطق مهما لزم مسلك صناعته ، ثم نرتقى بواسطة التدرب بها من المعالم الطبيعية إلى المعالم الإلهية ، التي تتمتع لغموض معانيها وصعوبة مأخذها ودقة طرائقها وجلالة أمرها وبعد تصورها عن أن ينقاد لكل أحد أو يدركها من عدل عن سنن البرهان لما عدلتني عن ذلك .

وذلك أن يفعل إذا لم يقنع في المطلوب بالطريق الموصول إليه دون تضييع الزمان في طلب طرق آخر إليه ثم لم يسفر في آخر الأمر عن نتائج هي عمدة علم الهيئة ، فأما كثرة الطرق فسبب جمعي إياها تدريب المتعلم بتنوعها ثم اتحادها ، ولأنها كانت لي في الغربة مؤنسة ولأسامر من فارقهم من الأصدقاء مذكوره ، وقد أثبتتها لك لتأملها وتعرف كبف ما آل جميعها إلى النكتة الواحدة وما تثمره الفوايد في العاقبة فيتمهد عذري لديك فيما حمت حوله من عدلي ، ورب لائم ملیم ، وما التوفيق إلا من عند الله .

### حساب المثلثات

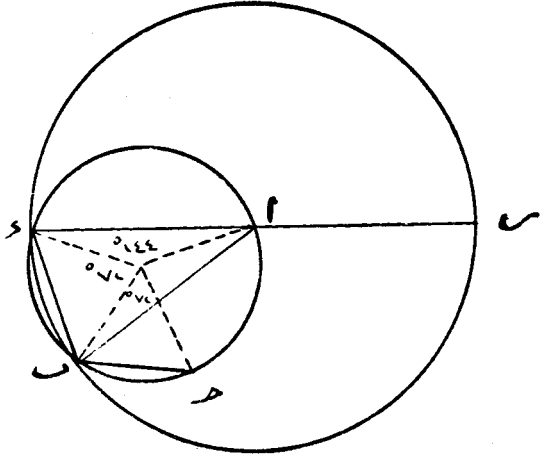
عرف هذا العلم قبل البيروني ، وعن الإغريق عرف العرب وتر ضعف الزاوية كمقياس لها ، وعن الهنود نصف هذا الوتر ، وكان يسميه الهنود « جيبا » أي وتر ، وقد استحسن العرب لفظ الجيب ومعناه فتحة الجلباب<sup>(١)</sup> لقربه من اللفظ السنسكريتي « جيفا » ، فأطلقوا على نصف وتر ضعف الزاوية اسم الجيب .

ويقول البيروني ما نصه<sup>(٢)</sup> « إن هذه الصناعة إذا أريد إخراجها إلى الفعل بمزاولة الحساب فيها فالأعداد

(١) A History of Mathematics : Florian Cajori.

(٢) المقالة الثالثة من القانون المسعودي .

التي قطرها  $س$  (شكل ٤) ، وفي الوقت نفسه هو ضلع الخمس المنتظم في الدائرة الصغيرة لأن زاوية  $د ا ب$  مركزية في الحالة الأولى ومحيطية في الحالة الثانية .



شكل ٤

ثم فصل (حسب تعبيره) القوس  $د ب >$   
 القوس  $ا د$  ووصل  $ب >$   $ا . ٥٠.٦ = ا ب = ب هـ$   
 القوس  $د ب =$  القوس  $ب >$  لأن كلا منهما  
 يقابل زاوية  $٧٢^\circ$

$ا . ٥٠.٦ ب >$  خط منكسر داخل الدائرة

$د$  منتصف القوس  $ا د ب >$

$$= \overline{ا د} + \overline{د ب} = \overline{ا ب}$$

$$= \overline{ا د} + \overline{د ب} = \overline{ا ب}$$

نظرية (٢) السابق<sup>(١)</sup> الاشارة إليها

$$٥٠.٦ \overline{ا د} + ٥٠.٦ \overline{د ب} - ٥٠.٦ \overline{ا ب} = ٥٠.٦$$

وهذه معادلة من الدرجة الثانية وبحلها نستنتج أن

$$\overline{ا د} + \overline{د ب} = \overline{ا ب}$$

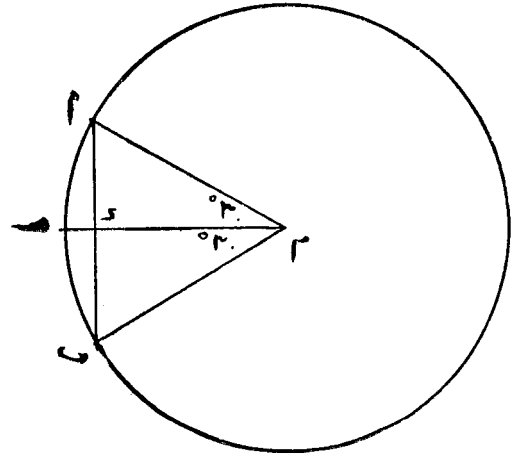
وبحسب تعبير البيروني في كتابه استخراج الأوتار أن طول المعشر المنتظم هو « وحسابه أن يزداد على مضروب نصف القطر في نفسه ربعه وينقص ربع القطر من جذر المبلغ فيبقى وتر المعشر » .

(١) نقص المخطوط .

مفتقرة إلى معرفة أوتار قسي الدوائر ، فلذلك سمي أهلها كتبها العلمية زيجات من الزيق الذي هو بالفارسية زه ، أعني الوتر ، وسموا أنصاف الأوتار جيوبا ، وإن كان اسم الوتر بالهندية جيبا ونصفه جيبارد ، ولكن الهند إذا لم يستعملوا غير أنصاف الأوتار أوقعوا اسم الكل على النصف تخفيفاً في اللفظ . الخ .

قاس البيروني أطوال أوتار الأقواس التالية :

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$  محيط الدائرة وعبر عن هذه الأطوال بالمقادير :  $٢$  بوحا  $٦٠^\circ$  ،  $٢$  بوحا  $٤٥^\circ$  ،  $٢$  بوحا  $٣٦^\circ$  ،  $٢$  بوحا  $٣٠^\circ$  ،  $٢$  بوحا  $٢٢.٥^\circ$  ،  $٢$  بوحا  $١٨^\circ$  على التوالي حيث  $ب$  هو نصف قطر الدائرة ، ففي  $\triangle ا ب م$  الوتر  $ا ب$  وهو ضلع مسدس منتظم مثلاً ويقابله زاوية  $٦٠^\circ$



شكل ٣

$٥٠.٦ = ب$  بوحا  $٣٠^\circ$   $ا ب$  وهو ضلع المسدس

$٢ = ب$  بوحا  $٣٠^\circ$  وباعطائه  $ب = ١$

$$\frac{١}{٢} = ٥٠.٦ \text{ بوحا } ٣٠^\circ$$

وقد استطاع البيروني<sup>(١)</sup> الوصول إلى طول ضلع الخمس المنتظم بحل معادلة الدرجة الثانية كالآتي :

فرض  $د ب$  ضلعاً لمعشر منتظم في الدائرة الكبيرة

(١) بخطوط استخراج الأوتار في الدائرة .

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{2} - \sqrt{2} &= \sqrt{2} - \sqrt{2} \\ \times (2 + \sqrt{2}) &= \\ (2 - \sqrt{2}) & \end{aligned}$$

$$(2 - \sqrt{2}) \times 2 =$$

$$\therefore \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$\left\{ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} - 2 \right\} \sqrt{2} =$$

$$\left\{ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} - 2 \right\} \sqrt{2} =$$

$$\left\{ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} - 2 \right\} \sqrt{2} =$$

$$\left\{ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} - 2 \right\} \sqrt{2} =$$

فاذا كان  $m = 1$   $n = 1$

$$\therefore \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

ومن وتر  $60^\circ$  ،  $72^\circ$  استطاع البيروني الحصول على وتر  $12^\circ$  .

∴ وتر  $(30^\circ + 12^\circ)$  أصبح معلوماً ثم بتنصيفه مرتين أمكن معرفة وتر زاوية  $30^\circ$   $10^\circ$  .

ومنه عرف وتر  $(30^\circ - 40^\circ)$  وبتنصيفه مرتين أمكن معرفة وتر  $(30^\circ - 7^\circ 10^\circ)$  وهكذا . أمكن الوصول إلى وتر الزاوية  $1^\circ$  من الفرق بين  $40^\circ$  ،  $36^\circ$  ثم تنصيف الفرق مرتين فوصل إلى معرفة طول هذا الوتر  $= 0.01745305$  .

وعلى ذلك أصبح الطريق ممهداً أمام البيروني لوضع جداول الجيوب، وكذلك الظلال صحيحة لغاية سبعة أو ثمانية أرقام عشرية، دون اللجوء إلى اللوغاريتمات التي لم تكن قد عرفت بعد ، وقد ابتكر طريقة لقياس فروق الزوايا كانت هي الحجر الأساسي لطريقة التوليد التي استخدمها نيوتن وجريجوري بعده بأكثر من ستمائة عام .

$$6 \text{ حيث أن د ب } = 2 \text{ من حـ } 18^\circ$$

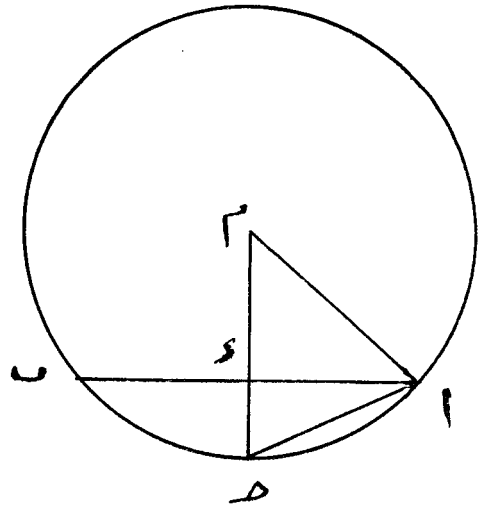
$$\therefore 2 \text{ من حـ } 18^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

ومنه يمكن إيجاد مقدار الجيب بأي عدد من الأرقام العشرية ثم استطاع البيروني بعد ذلك معرفة وتر تنمة كل قوس معلومة الوتر إلى نصف الدائرة ثم معرفة وتر المثلث وهكذا .

أما وتر المسبوع والمتسع المنتظم فاستطاع الوصول إليهما بحل معادلة الدرجة الثالثة وهي  $3x^3 - 1 = 0$

$$\begin{aligned} &= \text{صفر} \\ &\text{حيث س} = \text{وتر} \frac{4}{9} \end{aligned}$$

ومن البرهان التالي أمكن إيجاد علاقة ضلع مضلع عدد أضلاعه ضعف عدد أضلاع مضلع معلوم داخل دائرة بضلع هذا المضلع ، شكل (5)



شكل ٥

فليكن  $1$  ب ضلع المضلع المعلوم ،  $2$  ح ضلع المضلع الذي عدد أضلاعه ضعف عدد أضلاع المضلع المعلوم

وباستخدام طريقة الاستكمال والتوليد تمكن البيروني من وضع قانون يمكن بواسطته معرفة الزاوية إذا عرف جيبها ، ويضيق المقام هنا عن ذكره .

### الآثار الهندية في رياضيات البيروني

إتصل البيروني بعلماء حكماء الهند عن طريق كتبهم ، وهم الذين كان لهم الفضل قديماً بادخال النظام العشري في الحساب<sup>(١)</sup> بدلاً من النظام الستيني الذي كان سائداً في المدنية البابلية ، ولكن بقي النظام الستيني في تقسيم الدرجات إلى دقائق والدقائق إلى ثوان في الزوايا ، وكان البابليون يعبرون عن العدد « واحد » بالرقم ٦٠ فمثلاً  $\frac{1}{4}$  في النظام<sup>(٢)</sup> الهندي = ٥ ، وفي النظام البابلي  $\frac{3}{4} = ٤٥$  ، كما عرف البابليون قيمة  $\sqrt{27}$  كما يأتي :

$$\sqrt{27} = ٥,١٠,٢٤,١ = ١ + \frac{24}{60} + \frac{51}{360} + \frac{10}{360} \text{ أو } ٥,٢٥ \text{ تقريباً}$$

وفي النظام الهندي (سلفا - ستراس)  $\sqrt{27} = ١$

$$+ \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = ٥,٢٥$$

درس البيروني العلوم الرياضية الهندية ولم تعجبه كتب العلماء الهنود ، لأنه وجدها تنحرف دائماً نحو الخرافات فتمتزج العلوم الأصيلة بها ، بعكس كتب الإغريق المنسقة والتي يقول عنها أنها تسير على نهج علمي بعيد عن الخيال الخرافي حيث سجل ما يأتي :<sup>(٣)</sup>

« لم يك للهند أمثالهم (علماء الإغريق) ممن يهذب العلوم ، فلا تكاد تجد لذلك لهم خاص كلام إلا في غاية الاضطراب وسوء النظام ومشوباً في آخره خرافات العوام ... الخ » ثم يستطرد : إنني أشبه ما في كتبهم الحساب<sup>(٤)</sup> ونوع التعاليم إلا بصدف مخلوط بخزف أو

(١) نقل أحد السريان هو "Severus Seboki" الأرقام الهندية خارج الهند سنة ٦٦٢ م نوصلت الإسكندرية قبل القرن السابع ونقلت لبلاط الخليفة المنصور في بغداد عام ٧٧٣ م .

(٢) "The Exact Sciences in Antiquity" "Neugebauer".

(٣) ماني الهند من مقولة للبيروني

(٤) Legacy of India, by Garrat.

بدر ممزوج ببعر أو بمهي مقطوب يحصى ، والجنسان عندهم سيان » .

ثم هو يذكر فضل الهنود في ادخال الصفر والأعداد في ص ٨٤ من كتاب « تحقيق ما للهند من مقولة » قال برهمكوبت إذا أردتم أن تكتبوا واحد فعبروا عنه لكل شيء هو واحد كالأرض والقمر وعن الاثنين بكل ما هو اثنان كالسواد والبياض ، وعن الثلاثة بكل ما يحوى ثلاثة ، وعن الصفر بأسماء السماء وعد الاثنين عشر بأسماء الشمس » وقد أودعت الجدول ما كنت أسمعه منهم فانه أصل عظيم في حل زيجاتهم ومنها الصفر ستون كما وهما النقطة » .

ثم يبتكر البيروني برهاناً لمساحة الشكل الرباعي الدائري على طريقة الهندوليس نقلاً لبرهان برهمكوبت<sup>(١)</sup>

$$\sqrt{1 - (c - a)(c - b)(c - d)} = \frac{1}{4} [a + b + c + d] \text{ حيث } c =$$

### النسبة التقريبية ط

في الباب الخامس من القانون المسعودي توصل البيروني إلى إيجاد ط برسم مضلع منتظم داخل الدائرة بعدد من الأضلاع = ١٨٠ فوجدها = ٣,١٤١٧٤٦٦٠ مع أن العالم السكندري<sup>(٢)</sup> أرشميدس عام ٢٢٥ ق.م وجد أن ط أقل من  $\frac{3}{7}$  وأكبر من  $\frac{3}{7} + \frac{1}{100}$  لأنه رسم مضلعاً ذا ٩٦ ضلعاً لتحقيق هذا الغرض .

وفي الهند وجدها الرياضي أربهااتا الصغير (٥١٠ م) = ٣,١٤١٦

، برهمكوبت استخدم العدد ٣ من الوجهة العملية والعدد  $\sqrt{10}$  كقيمة حقيقية لها .

وعضده في ذلك « ماهافيرا » (٨٥٠ م) ، « سريدهارا » (١٠٢٠ م) .

(١) من أراد المزيد تحليل على مجلة رسالة العلم عدد يونية سنة ١٩٦١

(٢) تاريخ الرياضيات تأليف دانييل سميت

الفارغ حتى تكون الثلاثة بتسعة ، وهذا هو الذى نذكره لأن النظائر فى الضرب يحصل فى هذا الترتيب على قطريه .

$$\begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \hline & 3 \end{array}$$

أما إذا كانت هناك خمسة أعداد متناسبة فان الهنود يسمون المقادير التى تتألف منها النسبة بنج راشيك لأن مفروضاته خمسة توضع فى خمسة مواضع ويطلب منها السادس ويسلكون فى استخراج المجهول طريقاً يعمه مع ما قبله وبعده وهو الذى قدم فى ترى راشيك « وللمثال فيقال أن عشرة دراهم ربحت فى الشهرين خمسة دراهم فالثمانية فى ثلاثة أشهر كم تربح ؟ » ويجيب البيرونى :

« وهم يضعونها كما فى هذه الصورة ومقدار النسبة المولفة أبداً أسفل وهى الدراهم الحاصلة من اشتباك رأس المال بالمدة ولاستخراج المجهول ينقلون الخمسة إلى البيت الفارغ ويضربونه فى الثلاثة الحاصل ثم فى الثمانية فيكون مائة وعشرين ويحفظونه ثم يضربون الاثنين فى العشرة فيكون عشرين ويقسمون المحفوظ عليه فتخرج ستة وهو ربح الثمانية الدراهم فى ثلاثة أشهر . »

ثم يذكر مقالا آخر :

$$\begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline 5 & 4 \end{array}$$

« فان قيل أن الثمانية نفر حفروا فى ثلاثة أيام ستة أذرع فالخمس أذرع فى يومين كم نفر يحفرونها ، أن لنا أيضاً الخمسة والستة أحدهما بالأخرى ثم ضربنا الخمسة فى الثلاثة ثم فى الثمانية فاجتمع مائة وعشرين حفظناها وضربنا الستة فى الاثنين فاجتمع اثنا عشر

وفى الصين : استخدم شانج هونج ( ١٢٥ م ) العدد  $10\sqrt{7}$  كقيمة حقيقية لها .

أما شونج - شيخ (Ch'ung-chih) ( ٤٧٠ م ) فانه استخدم دائرة قطرها عشرة أقدام فوصل إلى قيمة ط ما بين  $3,1415926$  ،  $3,1415927$  . وبهذه المناسبة نقول أن أدق قيمة وصل إليها العلماء العرب لقيمة ط هى التى وصل إليها جمشيد غيات الدين الكاشى بعد البيرونى مثلاً بثلاثة قرون تقريباً هى :  $ط = 3,1415926535897932$  .

### راشيكات الهند

هذا المخطوط الذى فرغ من نسخه بالموصل فى ذى الحجة سنة ٦٣١ هـ يبحث فى موضوع النسبة والتناسب التى هى مدار الحسابات المتداولة فى الدواوين والمعاملات الجارية فى أمر النجوم والمساحات حسب تعبير البيرونى .

وهو يذكر بأن إقليدس يقول أن التناسب أقل ما يكون فى ثلاثة حدود فتكون نسبة الأول إلى الثانى مساوية لنسبة الثانى إلى الثالث أو أعظم منها أو أصغر ومعنى ذلك أنه إذا كانت ا ، ب ، ج متناسبة فان :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{a}{c}$$

ثم يستطرد البيرونى قائلاً « والهند يسمونها ترى راشيك أى ذو الثلاثة المواضع وراش هو البرج وراشيك هو الموضع من الصورة فان منجمهم يسمون البيوت الاثنى عشر راشيك وإنما رسموا هذه الثلاثة لأن المعلومات فى المعطى منه ثلاثة » .

ثم يضرب لذلك مثلاً : « إذا كانت الخمسة خمسة عشر فالثلاثة بكم تكون ؟ » ويجيب « ثم ينقلون الخمسة عشر إلى المكان الفارغ ويضربونها فيما فوقها وهو الثلاثة فتجتمع خمسة وأربعون ويقسمونها على الخمسة فتخرج تسعة وهو الذى يجب أن يوضع فى المكان